УДК 004.822:004.912

КРИТЕРИИ РАНЖИРОВАНИЯ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ ПАР КОНЦЕПТОВ В КОГНИТИВНЫХ КАРТАХ

Снарский А.А., Ландэ Д.В.

1. Цель

Цель работы – введение, метод расчета и анализ новой парной характеристики узлов в направленном весовом графе, определение критериев ранжирования пар концептов в когнтивной карте.

2. Анализ литературы

Во многих случаях когнитивные карты можно представить (формализовать) как Направленные сети с взвешенными связями. Такое описание возникает при рассмотрении самых разнообразных задач. Например, модель военных действий, предложенная Ланкастером в 1916 году для описания взаимодействия двух воюющих сторон (Lanchester's laws of combat) –простейшая сеть из двух узлов и двух связей между ними [1]. В дальнейшем эта модель была обобщена на случай большего количества сторон конфликта [2]. Существует ещё несколько обобщений модели Ланкастера, например, для партизанской войны (Guerrilla model) [3], в которой потребовалось использование методов теории сложных сетей. Еще одна проблема, для решения которой используется методы этой теории –проблема контроля линейных и нелинейных систем, например, контроля коллективного поведения, при решении которых также используются методы теории сложных сетей, и в этом случае идет речь о сетях с направленными весовыми связями, см. обзор [4]. Упомянем также широко известную задачу вычисления PageRank [5] и индекса HITS [5-7] как рангов сложных сетей (изначально Интернета).

2. Постановка проблемы

Необходимо четко понимать, что определение, содержание, постановка задачи при анализе сетевой структуры зависит не только от структуры сети, но, и не в меньшей степени, от правил «игры» на этой сети, т.е. от правил (алгоритмов), по которым происходит расчет установившихся весов узлов/связей. На практике эти алгоритмы являются совершенно различными для разных задач, например, для задачи Ланкастера и задачи когнитивных карт. Исследования задач в рамках теории сложных сетей можно условно разбить на две части, первая из которых состоит в формальном исследовании заданной сети. Например, установление условий существования решения (неподвижной точки), его устойчивости и т.п. Этой проблеме посвящено большое количество работ, например, [9].

Вторая часть задачи менее формализована и состоит, в свою очередь, из трех частей, каждая из которых представляет собой значительную проблему. Это, <u>во-первых</u>, построение (создание) сети и задания начальных значений весов связей или узлов. <u>Во-вторых</u>, определение «правил игры» - алгоритма, который соответствует поставленной в задаче, например, позволяет рассчитать веса узлов в задаче PageRank. И, <u>в-третьих</u>, интерпретации полученных результатов – весов узлов или связей. Первая и третья проблемы относятся к пониманию предметных областей реального мира; правила функционирования сетевых моделей и их интерпретации полностью зависят от специалистов в этих областях. После того как сеть задана, определены начальные значения весов связей и/или узлов и заданы правила «игры» задача полностью формализована. Остается найти конечные значения весовых значений узлов (или связей). Другими словами, неподвижную точку уравнений (если она существует), описывающих их изменения. Для такой формализованной задачи должны быть определены условия, при которых неподвижная точка существует, является устойчивой и т.п.

4. Метод расчета парных характеристик

Рассматриваются процессы, когда одни узлы (концепты), которым соответствуют понятия реального мира, могут влиять на другие, изменяя их численные значения. Величины влияния определяются весами направленных связей, которые могут быть как положительными, так и отрицательными. Если обозначить численные значения концептов φ_1 и φ_2, то естественно, с учетом влияния первого концепта на второй, можно предположить, что влияние должно быть равно разности этих значений: $\varphi_2 - \varphi_1 = \varepsilon$. Задача состоит в том, чтобы определить полное влияние одного концепта на другой и в случае отсутствия непосредственной связи, т.е. влияние, включающее в себя не только прямое (если оно есть), но и все опосредованные влияния. Предполагается, что если можно найти путь (по ориентированному графу) от одного концепта, например, α к другому, например, β то имеет место влияние (опосредованное) концепта α на концепт β. Полное, влияние, охватывающее влияние по всем возможным путям будем обозначать как $K_{\alpha\beta}$. Таким образом, имея матрицу $\boldsymbol{\varepsilon}$ с элементами ε_{ik} необходимо найти соответствующую К-матрицу, с элементами K_{ij}, т.е. описать функцию $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{\varepsilon})$. Элементы матрицы $\boldsymbol{\varepsilon}$ задают непосредственные влияния между концептами. Элементы $K_{\alpha\beta}$ матрицы $\boldsymbol{K}$ задают все влияния, в том числе и опосредованные.

5. Критерии ранжирования

Авторами сформулированы критерии, которым должна удовлетворять функция (оператор) $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\varepsilon})$:

1. Линейность. $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{K}(\boldsymbol{\varepsilon})$, где c - некоторая константа.
2. Для любой заданной матрицы $\boldsymbol{\varepsilon}$ существует и может быть найдена матрица $\boldsymbol{K}$.
3. При конечных значениях элементов матрицы $\boldsymbol{\varepsilon}$ значения матрицы $\boldsymbol{K}$ должны быть конечны.
4. Результат вычислений должен быть устойчивым. Малые отклонения в $\boldsymbol{\varepsilon}$ должны приводить к малым отклонениям в вычисленных $\boldsymbol{K}$. Это означает, что если $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\varepsilon} + \delta\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{\varepsilon}) + \delta\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\varepsilon})$ и если $\delta\boldsymbol{\varepsilon} / \boldsymbol{\varepsilon} \ll 1$, то $\delta\boldsymbol{K} / \boldsymbol{K} \ll 1$.

6. Выводы, резюме

В качестве реализации изложенного критерия предложен один из возможных методов вычисления $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\varepsilon})$. Кратко его можно изложить так:

Для определения влияния, например концепта α на концепт β в данной сети:

1. Находятся все возможные пути без петель от узла α к узлу β.
2. Все полученные пути соединяются в единую сеть таким образом, что все пути исходят из узла α и заканчиваются в узле β.
3. В полученном графе (который, строго говоря, не является подграфом рассматриваемой сети) снимаются направления связей. Полученный граф будем называть $K_{\alpha\beta}$-графом. Отметим сразу, что в этом случае различным парам индексов соответствуют различные графы.
4. Численное значение влияния концепта α на концепт β, которое обозначается тем же символом $K_{\alpha\beta}$, рассчитывается согласно правилам Кирхгофа (теперь для полученной на этапе 3 сети, которая не содержит нелинейных элементов, решение всегда существует и единственно).

1. Lanchester F.W., Mathematics in Warfare in The World of Mathematics, Vol. 4 Ed. Newman, J.R., Simon and Schuster, – pp. 2138–2157, 1956.
2. JoMa_D.D.P.Johnson, N.J.MacKay, Fight the [ower: Lanchester’s laws of combat in human evolution, Evolution and human Behavior, 36, 152-163, 2015.
3. S. J. Deitchman. A Lanchester Model of Guerrilla Warfare. Operations Research, **10**, 818-827, 1962.
4. Yang-Yu Liu, A-L.Barabasi, Control Principles of Complex Networks, Rev. Mod. Phys. **88**, 035006, 2016.
5. A N. Langville, Carl D. Meyer. Google's PageRank and Beyond: The Science of Search Engine Rankings. – Princeton University Press Princeton, NJ, USA, 2006. ISBN:0691122024
6. Kleinberg J. Hubs, Authorities, and Communities, ACM Computing Surveys , 31(4), December 1999 .
7. Kleinberg J. Authoritative sources in a hyperlinked environment, Journal of the ACM. 46 (5): 604–632, 1999.
8. Fred S. Roberts. Discrete Mathematical Models, with Applications to Social, Biological, and Environmental Problems. – Prentice-Hall, 1976. - 559 p. ISBN 013214171X
9. Bart Kosko. Fuzzy Cognitive Maps. International Journal of Man-Machine Studies. 24: 65–75, 1986.