ЗАСТОСУВАННЯ ГІПЕРКОМПЛЕКСНИХ ЧИСЛОВИХ СИСТЕМ ДЛЯ ОПИСУ СКЛАДНИХ МЕРЕЖ

Д.В.Ланде[1,2], Ю.Є.Боярінова[2,1], Я.О.Каліновський[1], Т.В.Синькова[1]

[1]*Інститут проблем реєстрації інформації НАН України*
вул. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна
[2] *Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»*
пр. Перемоги, 37, 03056 Київ, Україна

Анотація. Запропоновано для опису складних мереж і різноманітних впливів в цих мережах використовувати гіперкомплексні числові системи. Для спрощення обчислень запропоновано використання ізоморфних гіперкомплексних числових систем, таблиці Келі яких мають діагональний вигляд.

Ключові слова: складні системи, складні мережі, гіперкомплексна числова система, ізоморфізм гіперкомплексних систем, модель впливу

Вступ

В останні роки отримав розвиток напрям дослідження мереж в яких зв'язки у змістовному плані відповідають взаємним впливам вузлів. Дослідженню таких складних мереж (Complex Networks) присвячено багато праць [1-3], але найчастіше вони відносяться до розповсюдження одного виду активності (впливу). В той же час вже з‘являються дослідження, що пропонують розглядати декілька характеристик впливу [4-6]. Зокрема, розробляються та досліджуються різноманітні математичні моделі: моделі з порогами, моделі незалежних каскадів, моделі розповсюдження епідемій, моделі марковських процесів та ін.[7-11]

У цій роботі пропонується застосовувати гіперкомплексні числові системи, які є математичним апаратом, що дозволяє моделювати деякі мережеві задачі та вирішувати їх на новому рівні [12].

Постановка задачі

Метою даної роботи є моделювання розповсюдження декількох характеристик впливів на вузли складної мережі із застосуванням апарату гіперкомплексних числових систем (ГЧС).

Терміни

У роботі буде використовуватися така термінологія:
Вузол – елемент мережі, вершина.
Ребро – зв‘язок між вузлами, що відповідає впливу одного вузла на інший.
«Фішка» – властивість, яка може впливати на стан вузла.

Мережева модель розповсюдження декількох видів активності

У цій роботі розглядаються мережі, де ребра відповідають взаємним впливам вузлів. Зазвичай розглядаються динамічні мережеві моделі, засновані на розповсюдженні одного виду активності. Запропонована модель, навпаки, базується на мережах, в яких передбачено багато видів активності. Розглядається складна структура вузлів, що зв‘язані між собою якимось властивостями. В рамках запропонованої моделі, яка є розширенням моделі, описаної в [4], кожен вузол може віддавати або приймати фішку (змінювати свої властивості). В залежності від стану, вузол по різному реагує на отримання або віддачу різного типу фішки.

В рамках цієї моделі мережа задається графом $G=(V,E)$, де $E\subseteq V\times V$ – множина зважених ребер, крім того задана множина фішок $\{F=1,2,...,n\}$ різного кольору. Вузли мережі з різними наборами представлені на Рис.1

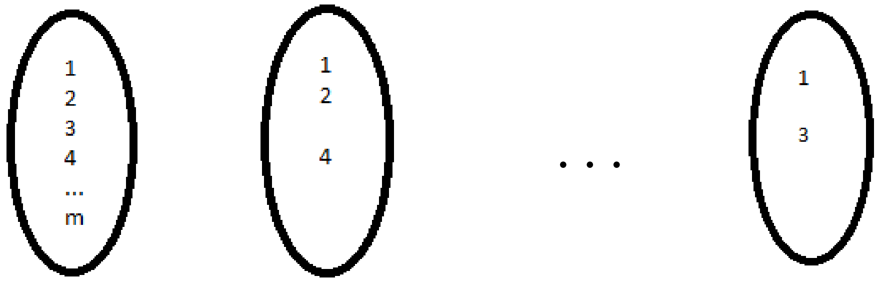

Рисунок 1 – Приклад вузлів з різними наборами фішок

Вузол на кожному такті часу t може мати фішки любого типу або залишатись вільним. Якщо вузол немає визначеної властивості, то відповідної фішки він прийняти не може.

На рис. 2 показано відсутність властивості.

Рисунок 2 – Фішки в вершинах: 1,3 заповнені властивості, 5 – порожня властивість, 2,4 – відсутні властивості

Кількість фішок типу c_i у вузлі v_i відповідно $q_{il}(t)$; стан вузла – вектор $Q_i(t)$ довжини m. Стан мережі – $Q(t)_{nxm}$. .

Вузли обмінюються фішками в дискретні моменти часу t по ребрам, що мають різну пропускну здатність. Пропускна здатність – цілі числа. Кожне ребро має m пропускних здатностей. Якщо ребро не може проводити фішки визначеного типу, тоді пропускна здатність дорівнює 0. Приклад мережі представлений на рис.3

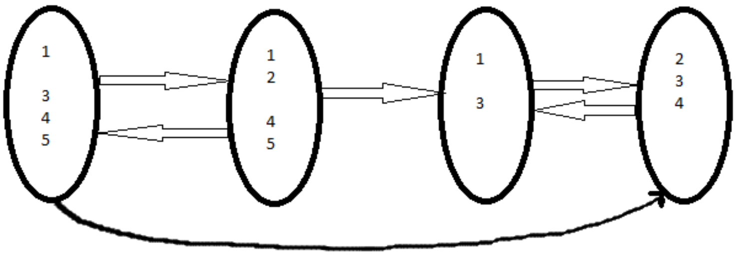

Рисунок 3 – Частина мережі з різними наборами властивостей

Модель є відкритою, тобто фішки в ній з‘являються і зникають. Деякі вузли здатні генерувати фішки визначеної властивості. На кожному такті виникнення фішек типу k відбувається стохастично з деякою ймовірністю p_k .

Ймовірності можуть залежати не тільки від типу фішек, а також від того, в якому вузлі знаходиться та чи інша властивість. Крім того, p_k можуть бути функціями від стану мережі. В мережі фішки можуть не тільки виникати, а також зникати.

Вузли обмінюються фішками в дискретні моменти часу по ребрам (що в запропонованій моделі відповідають таблиці множення відповідної ГЧС).

Якщо кількість фішек певного типу у вузлі v_i в момент часу t не перебільшує визначеної кількості (тобто коефіцієнту при базисному елементі e_i), тоді на даному етапі вузол не активний. Якщо у вузлі на такті t кількість фішек якогось визначеного типу перебільшує визначену кількість – вузол активується.

Нехай $c_{jk}(t)$ – кількість ресурсу (фішек) типу k у вузлі v_i в кінці такту t;

$c_{jk}^{in}(t)$ – кількість фішек типу k, що прийшли до вузла v_i в кінці такту t, тоді

$$c_{jk}(t) = \mu c_{jk}(t-1) + c_{jk}^{in}(t),$$

де $0 < \mu < 1$ – коефіцієнт дисконтування.

Залежність стану властивості k вузла v_i на такті $t+n$ описується формулою:

$$c_{jk}(t+n) = \mu^n c_{jk}(t) + ... + \mu c_{jk}(t+n-1) + c_{jk}^{in}(t).$$

Змінюючи значення μ можна отримати різного вигляду системи з різного роду активністю.

Модель соціальної мережі з агентами впливу

Розглянемо соціальну мережу з множиною агентів $V=\{v_1,v_2,...,v_n\}$, що задана орієнтованим графом $G=(V,E)$, де $E\subseteq V\times V$ – множина зважених ребер. Агенти в мережі впливають один на другий – наявність ребра e_{ij} від вузла v_i до вузла v_j відповідає впливу *i*-го агенту на *j*-го агента, а його вага $r_{ij}\in N$ – це ступінь впливу. На кожному кроці дискретного часу t вузол обирає одне з трьох дій: два виду активності або бездіяльність. В мережі передаються фішки двох типів – типи 1 та 2 (типи антагоністичної активності, наприклад, створювати або руйнувати тощо). Пропускна здатність по обом видам активності може бути однаковою.

Агенти в мережі, що розглядається, є вузлами, що мають дві властивості – по одній з кожного виду активності. Кількісну характеристику властивості у вузлі v_i позначимо, як d_{j1}, d_{j2}. Крім того в кожному вузлі є два параметра, що показують відношення агенту до кожного з видів активності $s_{jk}\in\{-1,+1\}$, $k=1,2$. Позитивне відношення – це +1, а негативне –1. Відношення вузлів двох видів активності можуть бути скомбіновані по різному (табл.1)

Таблиця 1 – Комбінація значень параметрів s_{j1} та s_{j2} для окремої вершини

	s_{j1}	s_{j2}
1	+1	–1
2	–1	+1
3	+1	+1

У випадках 1 та 2 параметри s_{j1} та s_{j2} мають різні знаки, тобто агенти мають різне відношення до якогось виду активності, при цьому один оцінюється як позитивний, а інший, як негативний. Звичайно, кількості властивостей можуть відрізнятись. Кількісне значення властивості відповідає за поріг активації вузла.

Випадок 3 описує ситуацію, коли агент не має чіткої позиції к типам активності. Але він може стати активним, якщо перебільшений поріг активації. При цьому він активується по тому типу, для якого буде наповнена властивість. Такий агент піддається впливу.

Випадок s_{j1} = s_{j2} = –1 не розглядається, так як такий агент не буде діяти ні по якому типу.

Кількісні значення d_{j1} та d_{j2} лінійно залежать від вузла v_j. В порогових моделях розповсюдження активності вузол активується, якщо частина активних сусідів перебільшує деякий поріг. В якості порога може бути кількісне значення властивості:

$$d_{jk}=\alpha_{jk}r_j^{in},\quad k=1,2,$$

де r_j^{in} – вплив на вузол v_j. Кількісне значення властивості залежить (з коефіцієнтом α_{jk}) від зваженої кількості вузлів, що впливають на даний, причому вагою служить сила впливу кожного вузла.

Таким чином, кожний вузол визначається параметрами: $\alpha_{j1},\alpha_{j2},s_{j1},s_{j2}$. Кількісне значення властивості введені в моделі для того, щоб параметри α_{jk} задавали порогові значення активності сусідів з врахуванням їх попередньої активності.

Приклади функціонування мережі[4]

I. Розглянемо функціонування мережі, яка представлена графом (Рис. 4) в мережі присутні агент – революціонер (1), агент – конформіст (2) та обережний агент (3). Усі пропускні здатності дорівнюють 1.

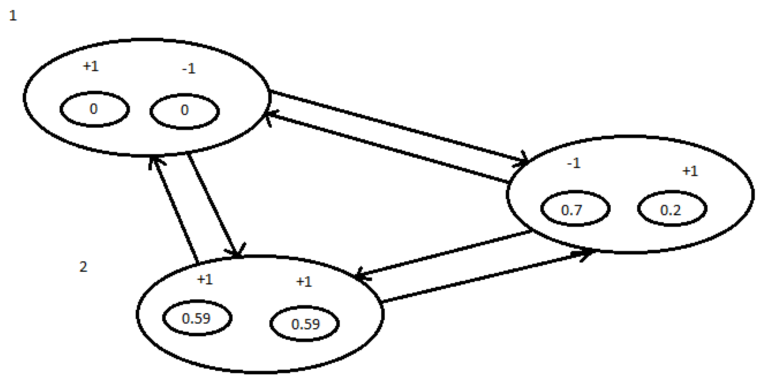

Рисунок 4 – Мережа з трьома агентами

Розглянемо динаміку мережі при $\mu = 0.1$. Типи активності позначимо 1 та 2. Тоді основні характеристики вузлів представлені в табл.2

Таблиця 2 – параметри вершин з трьома агентами

Агенти	r_j^{in}	α_{j1}	α_{j2}	d_{j1}	d_{j2}
v_1	2	0	0	0	0
v_2	2	0.59	0.59	1.18	1.18
v_3	2	0.7	0.2	1.4	0.4

Нехай півтакти позначаються $t.1$ та $t.2$

t = 1.1. Вузол v_1 випускає дві фішки у вузол v_2 та v_3.

t = 1.2. Кількість фішек

$c_{11}(1) = 0$ $\quad$ $c_{12}(1) = 0$

$c_{21}(1) = 1$ $\quad$ $c_{22}(1) = 0$

$c_{31}(1) = 1$ $\quad$ $c_{32}(1) = 0$

Порогові значення вузлів v_2 та v_3 не перевищені.

t = 2.1. Вузли v_2 та v_3 мовчать. Вузол v_1 випускає дві фішки у вузли v_1

t = 2.2. Відповідно:

$c_{11}(2) = 0$ $\quad$ $c_{12}(2) = 0$

$c_{21}(2) = 0.1 * 1 = 1.1$ $\quad$ $c_{22}(2) = 0$

$c_{31}(2) = 0.1 * 1 = 1.1$ $\quad$ $c_{32}(2) = 0$

Порогові значення вузлів v_2 та v_3 не перевищені. На такті t = 3 вони знов мовчать. Можна побачити, що $c_{21}(n) = c_{31}(n) = 1.1 \ldots 1$. Цього значення не вистачає, щоб досягнути кількісного значення в обох вузлах. Вони мовчать завжди. Таким чином вузол v_1 не може активізувати сусідні вузли.

II. Розглянемо динаміку мережі при $\mu = 0.2$.

t = 1.1: Вузол v_1 випускає дві фішки у вузли v_2 та v_3

t = 1.2: Кількість фішек становить:

$c_{11}(1) = 0$ $\quad$ $c_{12}(1) = 0$

$c_{21}(1) = 1$ $\quad$ $c_{22}(1) = 0$

$c_{31}(1) = 1$ $\quad$ $c_{32}(1) = 0$

Порогові значення вузлів v_2 та v_3 не перевищені.

t = 2.1: Вузли v_2 та v_3 мовчать. Вузол v_1 випускає дві фішки у вузол v_2 та v_3

t = 2.2: Кількість фішек:

$c_{11}(2) = 0$ $\quad$ $c_{12}(2) = 0$
$c_{21}(2) = 0.2 * 1 = 1.2$ $\quad$ $c_{22}(2) = 0$
$c_{31}(2) = 0.2 * 1 = 1.2$ $\quad$ $c_{32}(2) = 0$

Ресурс у вузлі v_2 перебільшив порогове значення, а у вузлі v_3 – ні.

$t = 3.1$: Вузли v_1 та v_2 випускають фішки типу 1. Вузол v_3 мовчить

$t = 3.2$: Кількість фішек:

$c_{11}(3) = 1$ $\quad$ $c_{12}(3) = 0$
$c_{21}(3) = 1$ $\quad$ $c_{22}(3) = 0$
$c_{31}(3) = 0.2 * 1.2 + 2 = 2.24$ $\quad$ $c_{32}(3) = 0$

$t = 4.1$: Вузол v_2 мовчить, тому що випустив фішки, він втратив ресурс, а його треба поповнити. Вузол v_3 випускає фішки типу 2. Вузол v_1 випускає фішки типу 1.

$t = 4.2$:

$c_{11}(4) = 1$ $\quad$ $c_{12}(4) = 1$
$c_{21}(4) = 0.2 * 1 + 1 = 1.2$ $\quad$ $c_{22}(4) = 1$
$c_{31}(4) = 1$ $\quad$ $c_{32}(4) = 0$

$t = 5.1$: Вузли v_1 та v_2 випускають фішки типу 1. Вузол v_3 мовчить

$t = 5.2$:

$c_{11}(5) = 1$ $\quad$ $c_{12}(5) = 0$
$c_{21}(5) = 1$ $\quad$ $c_{22}(5) = 1$
$c_{31}(5) = 0.2 * 1 + 2 = 2.2$ $\quad$ $c_{32}(5) = 0$

$t = 6.1$ Вузол v_1 випускає фішки типу 1. Вузол v_3 випускає фішки типу 2. Вузол v_2 мовчить.

$c_{11}(6) = 0$ $\quad$ $c_{12}(6) = 1$
$c_{21}(6) = 1.2$ $\quad$ $c_{22}(6) = 1.2$
$c_{31}(6) = 1$ $\quad$ $c_{32}(6) = 0$

$t = 7$ …З цього кроку вузол v_2 вносить невизначеність в подальшу динаміку мережі, так як він має однакову кількість ресурсу в двох вузлах і може стати активною по кожному з типів.

Модифікована мережа

Пропонується модель, в якій вершини обмінюються фішками в дискретні моменти часу по ребрам (що відповідають таблиці множення відповідної ГЧС).

Припустимо, що у кожної людини є декілька характеристик (властивостей), що впливають на її стан: робота, сім‘я, спілкування, суспільство та ін. Ці відносини можна записати у вигляді таблиці Келі (таблиці множення гіперкомплексної числової системи). Зокрема, у загальному випадку добуток двох базисних елементів ГЧС відносно операції множення має вигляд числа з цієї ж ГЧС (властивість замкнутості ГЧС):

$$e_i e_j = \gamma_{ij}^1 e_1 + \ldots + \gamma_{ij}^n e_n \ . \qquad (1)$$

де e_i – базисні елементи ГЧС; коефіцієнти γ_{ij}^k – структурні константи, є дійсними числами ($\gamma_{ij}^k \in R$);

При такому представленні для повного завдання ГЧС необхідно задати n^3 структурних констант.

При цьому одиничний елемент ГЧС може входити в базис, або ні. Гіперкомплексне число має вигляд:

$$A = a_1 e_1 + a_2 e_2 + \ldots + a_n e_n \ , \qquad (2)$$

де e_i – базисні елементи ГЧС, a_i – коефіцієнти гіперкомплексного числа A.

Відповідно до (1) та (2), при обчисленні добутку двох гіперкомплексних чисел треба виконати n^3 дійсних множень. Для зменшення їх кількості можна використати перехід до ізоморфних ГЧС.

Ізоморфізм гіперкомплексних числових систем

Гіперкомплексні числові системи Γ_1 і Γ_2 називаються ізоморфними, якщо існує таке взаємно однозначне відображення L векторного простору Γ_1 на Γ_2, що виконуються наступні властивості:

1. $L(a+b)=L(a)+L(b)$. (3)
2. $L(a\cdot b)=L(a)\cdot L(b)$. (4)

де $a,b\in\Gamma_1,\ \ L(a),\ \ L(b)\in\Gamma_2$

З (3-4) випливає, що Γ_1 і Γ_2 – лінійні простори з базисами $e^{(1)}=\{e_1^1,e_2^1,...,e_n^1\}$ і $e^{(2)}=\{e_1^2,e_2^2,...,e_n^2\}$ відповідно, а між ними можна встановити взаємно однозначне лінійне перетворення з дійсною матрицею A:

$$\begin{array}{l} e_1^1=\alpha_{11}e_1^1+\alpha_{12}e_2^1+...+\alpha_{1n}e_n^1 \\ e_2^1=\alpha_{21}e_1^1+\alpha_{22}e_2^1+...+\alpha_{2n}e_n^1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ e_n^1=\alpha_{n1}e_1^1+\alpha_{n2}e_2^1+...+\alpha_{nn}e_n^1 \end{array}. \qquad (5)$$

При цьому детермінант матриці A відрізняється від нуля:

$$\|A\|\neq 0, \qquad (6)$$

Тоді повинно існувати і зворотне перетворення.

Як випливає з теорії лінійних просторів, для кожної пари лінійно незалежних базисів можна знайти взаємно однозначне лінійне перетворення (5), що переводить один базис в інший і навпаки. Але виконання одночасно вимог (3) та (4)не завжди можливо.

Якщо

й $a=\sum_{i=1}^{n}a_ie_i^1$, $b=\sum_{i=1}^{n}b_ie_i^1$ - гіперкомплексні числа, то їх добуток:

$$ab=\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}a_ib_j\gamma_{ij}^ke_k,$$

а лінійне перетворення L:

$$L(ab)=L(\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}a_ib_j\gamma_{ij}^ke_k^1)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\gamma_{ij}^ka_ib_jL(e_k^1).$$

Але, відповідно до (5):

$$(e_k^1)=\sum_{s=1}^{n}\alpha_{ks}e_s^1.$$

Тому:

$$L\,(\,ab\,)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\alpha_{ks}\gamma_{ij}^ka_ib_je_s^1. \qquad (7)$$

З іншого боку:

$$L(a)\cdot L(b)=\sum_{i=1}^{n}a_iL(e_i^1)\sum_{j=1}^{n}b_jL(e_j^1)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ik}a_ie_k^1\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\alpha_{js}b_je_s^1=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\sum_{r=1}^{n}\alpha_{ik}\alpha_{js}\gamma_{ks}^ra_ib_je_r^1. \qquad (8)$$

Прирівнюючи в правих частинах виразів (7) і (8) вирази при однакових $a_ib_je_r^1$, отримаємо n^3 нелінійних рівнянь від n^2 невідомих α_{ij}:

$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\alpha_{ks}\gamma_{ij}^k=\sum_{k=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\sum_{r=1}^{n}\alpha_{ik}\alpha_{js}\gamma_{ks}^r;\ \ i,j,k\in\overline{1,n}. \qquad (9)$$

З (9) випливає, що ця система перевизначена. Вона завжди має тривіальне рішення:

$$\alpha_{ij} = 0; \quad i, j = 1...n .$$

Але наявність нетривіальних дійсних рішень з виконанням умови (6) не гарантується. Тому, якщо є хоч одне нетривіальне рішення з виконанням умови (6), тоді ці дві гіперкомплексні числові системи Γ_1 і Γ_2 є ізоморфними. Якщо таких рішень немає, то вони не ізоморфні.

Ізоморфний перехід зберігає нульовий і одиничний елементи системи, тобто нульовий і одиничний елементи системи Γ_1 перетворюються відповідно в нульовий і одиничний елементи системи Γ_2.

Існує декілька способів побудови ізоморфних ГЧС. Один з таких способів – узагальнення процедури подвоєння Грасмана-Кліфорда.

За виглядом таблиць з множення двох деяких ГЧС дуже важко встановити, ізоморфні вони або ні. Регулярним методом встановлення ізоморфізму є розв'язок системи рівнянь ізоморфізму (9) яка є системою з n^3 нелінійних квадратичних рівнянь з n^2 змінними (n – розмір ГЧС), тобто система перевизначена. Якщо для $n < 4$ час вирішення системи рівнянь невеликий, то для $n \geq 4$ він стає неприйнятним навіть для проведення наукових досліджень.

Іншим способом генерації ізоморфних ГЧС є ізоморфне перетворення базису вихідної ГЧС. Цей метод простий в реалізації, але, як правило, отримують неканонічні ГЧС, та складним є вибір оператору ізоморфізму, який привів би до необхідної за структурою ГЧС. Однак цей метод також знаходить застосування.

Як показали дослідження, найбільш підходящий метод генерації ізоморфних ГЧС заснований на процедурі подвоєння Грасмана-Кліфорда методом добутку розмірності.

Процедура подвоєння Грасмана-Кліфорда фактично має на увазі те, що компоненти гіперкомплексного числа для даної ГЧС вже не є дійсними числами, а числами, що належать ГЧС вимірності 2. У загальному випадку, якщо розмір системи не тільки дорівнює 2, вимірність отриманої ГЧС буде вже не подвоюватися по відношенню до вихідної, а множитись на розмірність тієї ГЧС, яка була вихідною. Такі процедури мають назву процедур множення розмірності.

Будемо позначати результат застосування процедури множення розмірності системи $\Gamma_1(e,n)$ системою $\Gamma_2(f,m)$ так: $Д\left(\Gamma_1(e,n),\Gamma_2(f,m)\right)$.

При використанні процедури множення розмірності базис отриманих ГЧС складається з парних добутків базисних елементів вихідної ГЧС. Якщо вихідні ГЧС були комутативні, то і базисні елементи результуючої ГЧС будуть також комутативні. Слід відмітити, що незалежно від порядку розташування ГЧС в операторі множення розмірності, отримані базиси будуть однакові. Таким чином, будуть ідентичними і таблиці множення ГЧС, отриманих при перестановці їх в операторі множення розмірності.

Тому для комутативних ГЧС можна сформулювати наступні принципи множення розмірності:

1. При використанні процедури множення розмірності операнди-ГЧС можна комутувати;
2. Множення розмірності однієї і той же ГЧС ізоморфними ГЧС приводять до ізоморфних ГЧС;
3. При множенні розмірності пари ізоморфних ГЧС іншою парою ізоморфних ГЧС отримується пара ізоморфних ГЧС та існує не вироджене лінійне перетворення базисів отриманої пари ГЧС, яке є добутком лінійних перетворень першої пари ГЧС.

Якщо до однієї і тієї же ГЧС застосовуються процедури множення розмірності різними ГЧС, але розмірності яких однакові,то в результаті отримуємо різні ГЧС однакової розмірності, що, в загальному випадку, неізоморфні між собою. Якщо для множення розмірності застосовуються ізоморфні ГЧС, то і результати після застосування процедури множення розмірності також будуть ізоморфні між собою.

Використовуючи ці властивості, можна побудувати цілій ряд пар ізоморфних ГЧС достатньо великих розмірностей, а також оператори їх ізоморфізму.

В залежності від обраної ГЧС (її вимірності), можна оцінювати декілька відносин впливу одного агенту на іншого (рис.5).

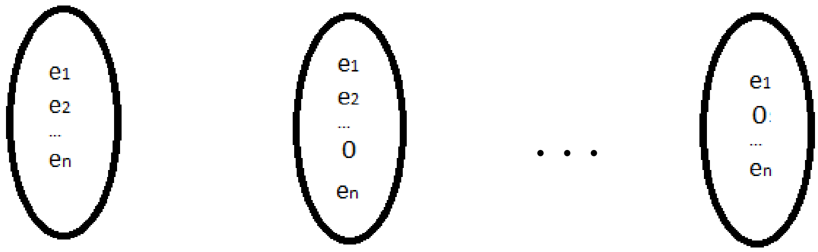

Рисунок 5. Приклади вигляду вершин з різними наборами «фішек» з елементами базисів ГЧС

Розглянемо відносини між 4 особами. Ці відносини можна записати у вигляді таблиці Келі (таблиці множення гіперкомплексної числової системи). Ця таблиця має вигляд:

	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	e_1	e_2	e_3	e_4
e_2	e_2	e_1	e_4	e_3
e_3	e_3	e_4	e_1	e_2
e_4	e_4	e_3	e_2	e_1

За допомогою програмного комплексу гіперкомплексних обчислень [8] можна побудувати ізоморфну систему, яка буде мати вигляд

$W_1^{(2)}$	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1	f_1	0	0	0
f_2	0	f_2	0	0
f_3	0	0	f_3	0
f_4	0	0	0	f_4

При цьому будуть отримані такі формули для оператора ізоморфного переходу:

$$e_1 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \qquad f_1 = (e_1 + e_2 + e_3 + e_4)/4$$
$$e_2 = f_1 - f_2 + f_3 - f_4\,, \qquad f_2 = (e_1 - e_2 + e_3 - e_4)/4$$
$$e_3 = f_1 + f_2 - f_3 - f_4 \qquad f_3 = (e_1 + e_2 - e_3 - e_4)/4$$
$$e_4 = f_1 - f_2 - f_3 + f_4 \qquad f_4 = (e_1 - e_2 - e_3 + e_4)/4$$

Перехід до такого типу системи надає можливість враховувати декілька характеристик впливу одночасно, але таблиця Келі має діагональний вигляд, що спрощує обчислення.

Розглянемо роботу такої системи, яка складається з чотирьох вузлів та взаємовпливів один на інший. При цьому коефіцієнт ($\overline{\mu} = 0.4(e_1 + e_2 + e_3 + e_4)$)

t = 1.1: Нехай вузол v_1 впливає на вузли v_2 і v_3 (за властивостями h_1 та h_3) та на вузол v_4 (за властивістю h_4)

t = 1.2:

$$s21 = s20 + F2(t1) = 1e_1 + 1e_2 + 0e_3 + 1e_4 + 1e_1 + 1e_3 = 2e_1 + 1e_2 + 1e_3 + 1e_4$$
$$s31 = s30 + F3(t1) = 0e_1 + 0e_2 + 1e_3 + 1e_4 + 1e_1 + 1e_3 = 1e_1 + 0e_2 + 2e_3 + 1e_4$$
$$s41 = s40 + F4(t1) = 1e_1 + 1e_2 + 0e_3 + 0e_4 + 1e4 = 1e_1 + 1e_2 + 0e_3 + 1e_4$$

t = 2.1: Вузли v_2 і v_3 не відповідають. Вузол v_4 впливає на v_1, v_2 та v_3 (за властивістю h_4)

$$s12 = s11 + F1(t2) = 1e_1 + 1e_2 + 1e_3 + 0e_4 + 1e4 = 1e_1 + 1e_2 + 1e_3 + 1e_4$$
$$s22 = s21 + F2(t2) = 2e_1 + 1e_2 + 2e_3 + 1e_4 + 1e_4 = 2e_1 + 1e_2 + 2e_3 + 2e_4$$
$$s32 = s31 + F3(t2) = 1e_1 + 0e_2 + 2e_3 + 1e_4 + 1e_4 = 1e_1 + 0e_2 + 2e_3 + 2e_4$$

t = 3.1: Вузол v_4 впливає на v_2 та v_3 (за властивістю h_4 та h_1)

$$s23 = s22 + F2(t3)\mu = 2e_1 + 1e_2 + 2e_3 + 2e_4 + (1e_1 + 1e_4)\mu = 2.4e_1 + 1e_2 + 2e_3 + 2.4e_4$$

$$s33 = s32 + F3(t3)\mu = 1e_1 + 0e_2 + 2e_3 + 2e_4 + (1e_1 + 1e_4)\mu = 2e_1 + 0e_2 + 2e_3 + 2.4e_4$$

Якщо припустити, що значення коефіцієнтів не може бути більше за значення *H* або норма не повинна перевищувати значення *K*.

Тоді починається зворотній зв‘язок і вузол починає впливати на інші вузли, тобто зменшується значення коефіцієнтів до порогового значення.

Наприклад, якщо *H*=2, тоді після останнього кроку вузол v_2 буде вже впливати на інші вузли за властивістями h_2 та h_4, а вузол v_3 буде вже впливати на інші вузли за властивістю h_4.

Висновки

В роботі розглянуто модель впливу декілька характеристик із використанням гіперкомплексних числових систем. Модель, зокрема, може представляти собою взаємодію декількох предметних областей зі складними учасниками та декількома видами активності, якою вони можуть впливати один на іншого з різною ймовірністю та пороговим значенням.

При μ = 0 отримаємо класичну порогову модель розповсюдження активності, при малих значеннях μ стан на минулих тактах дає невеликий вплив на теперішній стан, при μ = 1 отримаємо лінійне накопичення ресурсу.

Таким чином, нами для опису складних мереж і різноманітних впливів в цих мережах запропоновано використовувати гіперкомплексні числові системи. Для спрощення обчислень також запропоновано використання ізоморфних гіперкомплексних числових систем, таблиці Келі яких мають діагональний вигляд.

Така модель може бути застосована в соціальних мережах.

Література

1. BlanchardPh. Random Walks and Diffusions on Graphs and Databases: An Introduction (Springer Series in Syn-ergetics) / Ph. Blanchard, D. Volchenkov. - Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2011.
2. Lovasz L. Mixing of Random Walks and Other Diffusions on a Graph / L. Lovasz, P. Winkler // Surveys in Com-binatorics, 1995 (ed. P. Rowlinson), London Math. Soc. Lecture Notes Series 218. - Cambridge Univ. Press. - P. 119–154.
3. Кузнецов О.П. Двусторонние ресурсные сети – новая потоковая модель / О.П. Кузнецов, Л.Ю. Жилякова // Доклады Академии Наук. 2010. Том 433. №5. – С. 609-612.
4. Жилякова, Л.Ю. Сетевая модель распространения нескольких видов активности в среде сложных агентов и ее приложения / Л.Ю. Жилякова // Онтология проектирования, 2015.Т.5, №3(17) - С. 278-295
5. Ланде Д.В. Аналізінформаційнихпотоків у глобальнихкомп.ютерних мережах // Вісник НАН України, 2017. – N 3. – С. 46-54.
6. Ланде Д.В.Обмеження доступу до Інтернету у світі: мережева модель/Д.В., Ланде Ю.О.Ліненко // Інформаційне право: сучаснівиклики і напрмирозвитку: Матеріалипершоїнауково-практичної конференції. 18 жовтня 2018 р., м. Київ. / Упоряд. : В.М. Фурашев, С.Ю. Петряєв. - Київ:НаціональнийтехнічнийуніверситетУкраїни .Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського. - 2018. - С. 50-54.
7. Kemple D. maximizing the Spread of Influence through a Social Network/ D. Kemple , J/Kleiberg? E Tardos// Proc. Of 9-th ACM SIGKDD Int.Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining, 2003 –P. 137-146
8. Granovetter M. Threshold Models of Collective Behavior/ M.Granovetter // American journal of Sociology, 1978, Vol.83, No.6 – P.1420-1443
9. Watts D.J. A Simple model of global cascade on random networks/ D.J.Watts // Proc.Nat.Acad.Sci.USA,2002, 99(9) – P.5766-5771
10. Goldenberg J. Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth/ J. Goldenberg , B.Libai, E.Muller//Marketing Letters, 2001, No.2. – P.11-34
11. Губанов Д.А. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства/Д.А.Губанов, Д.А.Новиков, А.Г. Чхартишвили// М.: Физматлит, 2010 – 228с.
12. Я.А. Калиновский, Ю.Е. Бояринова, А.С. Сукало. Гиперкомплексные числовые системы четвертой размерност - К:ИПРИ НАН Украины, 2017. – 125с.
13. Синьков М.В. Конечномерные гиперкомплексные числовые системы. Основы теории. Применения. / М.В. Синьков, Ю.Е. Бояринова, Я.А. Калиновский. – К.: Инфодрук, 2010. – 388 с.

СОДЕРЖАНИЕ